**Исследование методов помехоустойчивого кодирования. Итеративный код**

**Методические указания**

к лабораторным работам по дисциплине

«Теория информация и кодирования»

**1 Общие положения**

При большой длине кодовой комбинации эффективность кодов с контролем по четности или нечетности низкая, т.к. один контрольный раз­ряд не обеспечивает защиту длинной комбинации.

Для увеличения числа контрольных разрядов можно разделить кодовую комбинацию на несколько блоков. В конце каждого блока можно ввести контрольный разряд по четности. Если записать эти блоки в виде матрицы, то можно ввести дополнительные контрольные разряды по столбцам. В результате получится матричный код, относящийся к самокорректирующимся кодам.

Самокорректирующиеся коды характерны тем, что в них закладывается информация о том, как можно восстановить код, если случайные помехи изменят его.

Предположим, что код состоит из отдельных блоков, и в каждом блоке содержится  двоичных символов: . При кодировании каждый блок дополняется одним контрольным разрядом, который вычисляется с помощью соотношения:

. (1)

Контроль по четности позволяет обнаружить нечетное число ошибок в блоке. Для ответа на вопрос, в каком разряде расположена ошибка, необходимо остановить передачу сообщения и выполнить запрос на повторную передачу блока. Однако, обнаружить и исправить ошибку можно без операции повторной передачи. Для создания кода с возможностью исправления ошибок рассмотрим код с длиной кодовой комбинации равной 9 двоичным символам: . Данную кодовую комбинацию разобьем на блоки длиной по 3 двоичных символа. В результате получим матрицу вида:

 или .

Для каждой строки матриц вычисляется свой контрольный символ исходя из соотношения:

.

Аналогично вычисляется контрольный символ для каждого столбца матрицы:

.

В результате получится матрица вида:

 (2)

Символ  также рассчитывается как сумма по модулю 2, но в операции участвуют только последние строк и столбец, содержащие символы  и  соответственно. Или с помощью суммирования по модулю 2 все элементов исходной матрицы:

.

В результате кодирования получим избыточную кодовую комбинацию, которая получается путем считывания элементов матрицы (2) построчно:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |

↓

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Как видно из таблицы, новая кодовая комбинация обладает большой избыточностью. Длина начальной кодовой комбинации составляла 9 символов. Длина новой кодовой комбинации составила 16 символов. С увеличением размерности исходной матрицы избыточность будет убывать, однако и помехозащищенность новой кодовой комбинации будет падать.

В таком виде кодовая комбинация поступает в канал связи. На приемной стороне строка из 16 символов вновь расписывается по строкам матрицы размерностью 4×4. Далее, проверяется проверка на четность для каждой строки и столбца матрицы, и результат проверки сравнивается с соответствующим проверочным символом, поступившем из канала связи. В случае нарушения проверки на четность, запоминают номер строки и номер столбца, в котором произошло искажение, а затем, символ, находящийся на пересечении строки и столбца заменяется на противоположный.

Рассмотрим данный алгоритм на примере кодирования кодовой комбинации вида:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |

Матрица итеративного кода примет вид:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 0 | 1 | 1⊕0⊕1=**0** |
| 0 | 0 | 1 | 0⊕0⊕1=**1** |
| 1 | 1 | 0 | 1⊕1⊕0=**0** |
| 1⊕0⊕1=**0** | 0⊕0⊕1=**1** | 1⊕1⊕0=**0** | 1⊕0⊕1⊕0⊕0⊕1⊕1⊕1⊕0=**0** |

Следовательно, в канал связи поступи кодовая комбинация вида: 101**0**001**1**110**0** **0100**.

Предположим, что искажению подвергся второй разряд данной кодовой комбинации:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | ↓ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 1 | 1 | **0** | 0 | 0 | 1 | **1** | 1 | 1 | 0 | **0** | **0** | **1** | **0** | **0** |

На приемной стороне принятая кодовая комбинация с ошибкой во втором разряде вновь записывается в виде матрицы:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1 | 1 | 1 | **0** |
| 0 | 0 | 1 | **1** |
| 1 | 1 | 0 | **0** |
| **0** | **1** | **0** | **0** |

Однако для первой строки и второго столбца наблюдается несоответствие полученного контрольного разряда и контрольного разряда, который вычисляется в ходе проверки на четность:

Проверка для 1-й строки: 1⊕1⊕1 = 1 ≠ **0**.

Проверка для 2-го столбца: 1⊕0⊕1 = 0 ≠ **1**.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | ↓ |  |  |
| → | 1 | 1 | 1 | **0** |
|  | 0 | 0 | 1 | **1** |
|  | 1 | 1 | 0 | **0** |
|  | **0** | **1** | **0** | **0** |

Для остальных строк и столбцов проверки выполняются. Таким образом, искажённый разряд находится на пересечении 1-й строки и 2-го столбца. Для исправления ошибки достаточно исправить символ  на противоположный.

Иными словами,  координаты ошибки однозначно определяются  номерами столбца и строки, в которых не выполняются проверки на четность. Таким образом, итеративный код, используя различные проверки на четность (по строкам и по столбцам), способен не только обнаруживать, но и исправлять ошибки (если известны координаты ошибки, то ее исправление состоит просто в замене символа на противоположный: если 0, то на 1, если 1 – то на 0).

Описанный метод кодирования, оказывается полезным в случае, когда данные естественным образом формируются в виде массивов, например, на шинах ЭВМ, в памяти, имеющей табличную структуру, и т.д. Если исходное число информационных символов не может быть использовано для полного заполнения квадратной матрицы, недостающие элементы допускается заполнять нулями.

**2 Задание на работу**

1. Закодировать число, месяц и год рождения в двоично-десятичном коде. При этом для кодирования каждого символа (цифры от 0 до 9) использовать четырехзначный двоичный код. Под число и месяц отводится по два десятичных символа, на год ‒ четыре. Например, дата рождения 1 марта 1990 года должна быть представлена в виде 01.03.1990. Соответствующий двоичный код имеет вид:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | | | | 1 | | | | 0 | | | | 3 | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | | | | 9 | | | | 9 | | | | 0 | | | |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

1. Полученную кодовую комбинацию расписать в матрицу размером 6×6, дополнив недостающие элементы нулями.
2. Рассчитать проверочные символы по строкам и столбцам матрицы.
3. По матрице записать вектор избыточной кодовой комбинации.
4. Проиллюстрировать возможности полученного итеративного кода при ошибках кратности: 1, 2, 3, 4, 6, 8. При этом рассмотреть все возможные варианты: обнаружение и исправление ошибки, обнаружение ошибки, не обнаружение ошибки.